STATIQUE

STATIQUE PLANE (Statics)

Définition : étude de l'équilibre des corps. En statique plane les actions et les forces étudiées appartiennent toutes à un même plan

Les forces et les moments : une action mécanique est ce qui est à l'origine mécaniquement :

- De la création d'un mouvement
- De la modification d'un mouvement
- De la déformation d'un corps

les forces en physique sont des grandeurs vectorielles, définies par :

- leur droite d'action
- leur sens : celui du mouvement qu'elles tendent à produire. Si la force et le mouvement réel sont de même sens, la force est dite motrice, sinon elle est dite résistante (e.g. frottements)
- leur point d'application
- leur intensité : mesure de la grandeur de la force, toujours positive

l'intensité d'une force peut être mesurée par un dynamomètre

on distingue quatre types de forces :

- surfaciques : exercées sur une surface (e.g. plaque de couverture, pression d'un fluide, etc.)
- linéiques : exercées sur une ligne (e.g. forces de neiges supportées par une poutre via une plaque de couverture, etc.)
- ponctuelle (e.g. réaction d'appui d'un pied de chaise sur le sol, etc.)
- forces volumiques, appliquées à chaque élément du volume du corps (e.g. forces de pesanteurs, d'inerties)

Moment d'une force : le moment d'un force traduit l'effet de rotation que peut entraîner cette force ; dans le plan le moment d'une force est le produit de l'intensité de la force **F** par le bras de levier d, distance entre la ligne d'action de F et le point considéré (donc toujours positive !). Le signe indique le sens de rotation que cette force tend à produire.

En statique les forces sur un solide peuvent se ramener à :

- une force unique (résultante générale)
- un moment (moment résultant) en un point donné

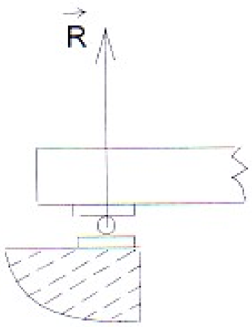
l'ensemble force et moment en un point donné est appelé torseur

<u>nota général :</u> les solides doivent être indéformables sous peine de provoquer le déplacement des points d'applications.

<u>Appuis:</u> on distingue trois type d'appuis dans le plan

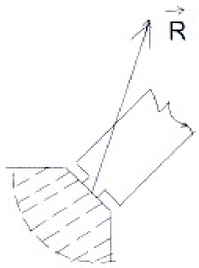
- <u>appui du premier genre (appui glissant, ou simple) :</u> ils ne peuvent reprendre que la réaction verticale ; ils ont un degré de liberté de translation et un degré de liberté de rotation ; parmi ceux ci on peut distinguer :

  - appui simple, ne supportant qu'une réaction verticale dirigée vers le haut (e.g. galet cylindrique ou plaque de néoprène)

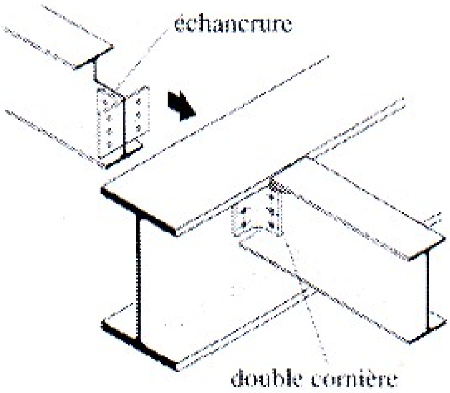
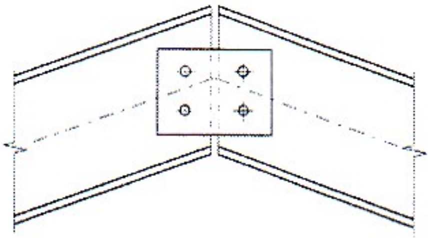


  - *double appui simple*, dont la réaction verticale peut indifféremment être dirigée vers le bas ou le haut

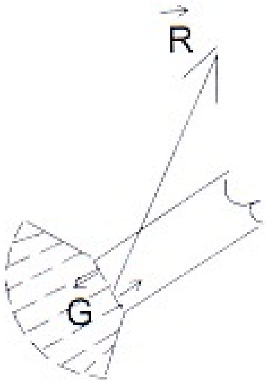
- <u>appui du second genre (rotule) :</u> ils reprennent les réactions verticales et horizontales ; ils n'ont qu'un degré de liberté en rotation ; ces liaisons ne transmettent donc aucun moment, mais transmettent l'effort tranchant

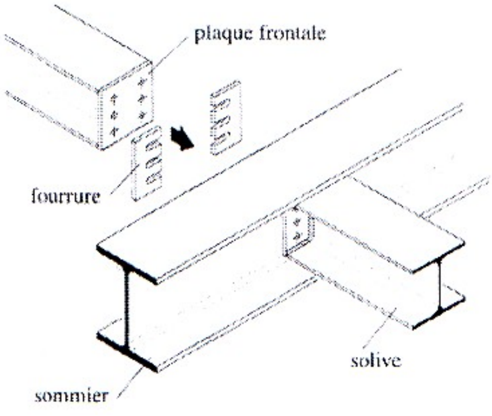
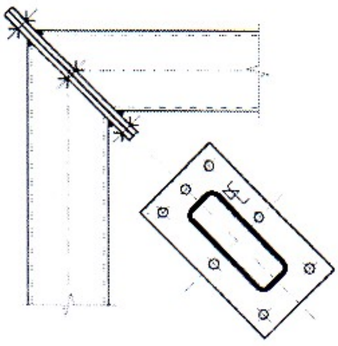
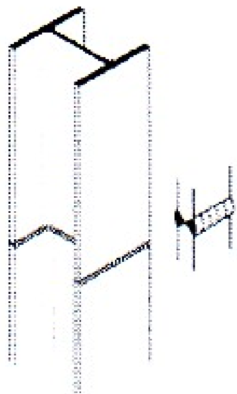


Assemblage solive – sommier : la liaison ne transmet que l'effort tranchant via les cornières	Articulation de faîtage

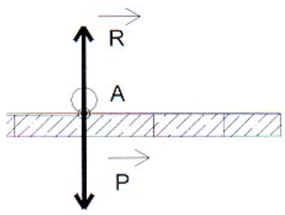
 on doit veiller dans les liaisons réelles à ce que le moment transmis soit négligeable, car on ne peut empêcher qu'il soit non nul	

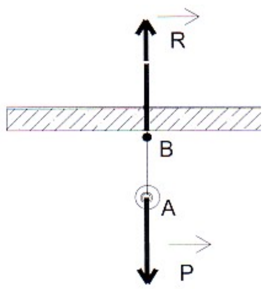
- appui du troisième genre (encastrement) : ils reprennent les réactions verticales, horizontales et les divers moments. Ils n'ont aucun degré de liberté ; ils transmettent efforts tranchants et moments fléchissants

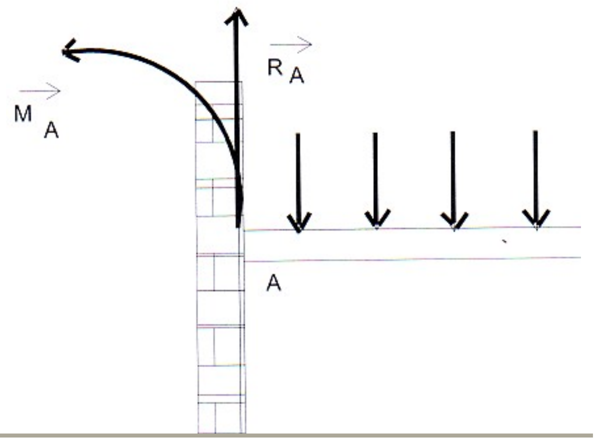


Encastrement solive sur sommier : grâce à la plaque frontale, la totalité des efforts est transmis par cette liaison	Encastrement angle de cadre	Poteau encastrés bout à bout par soudure
		

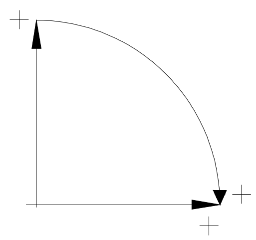
en effet l'équilibre des appuis ou des fixations amène à envisager l'existence de forces de liaisons, opposées aux forces de sollicitation, réactions mais aussi moments, la plus simple étant la réaction du support :







Principe fondamental de la statique :

convention de signes :	**conditions d'équilibre dans le plan – Principe Fondamental de la Statique (PFS) :**	**notion de résultante :** la résultante est la force équivalente à n forces agissant dans le plan. Elle a pour module R et est située à x de l'origine
 le moment d'une force est positif si la force est dirigée vers la droite pour un observateur situé au point par rapport auquel est pris le moment, négatif si elle est dirigée vers la gauche	$\sum F_x = 0$ $\sum F_y = 0$ la résultante générale des forces appliquées au solide considéré est nulle $\sum M_O = 0$ la somme des moments des forces prise en un point quelconque est nulle	$R = \sum F$ $Rx = \sum F_i d_i$

Dans le cas où le nombre d'inconnues est égal au nombre d'équations, le système est isostatique. S'il est supérieur il est dit hyperstatique, et on ne peut résoudre ce problème par les seules équations de la statique.

Le nombre d'inconnues à déterminer ne peut être qu'au plus de trois, car il y a trois équations de la statique dans le plan.

Remarque : avant d'envisager de résoudre un problème de statique, se demander si cette étude à un sens ; on n'étudie pas l'équilibre d'un système qui n'est pas en équilibre !

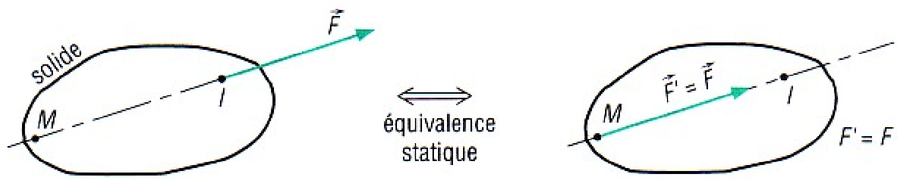
Attention : bien distinguer le moment résultant de toute les forces et le moment fléchissant. En effet si dans une poutre en équilibre on a une rotule le moment résultant en ce point est nul (PFS, moment de toute les forces appliquées à cette poutre), comme dans n'importe quel autre point quelconque de cette poutre, mais on a une autre équation pour dire que le moment fléchissant en ce point est nul ! (moments des forces à gauche de ce point)

Principe des actions mutuelles : l'action mécanique du solide 1 par rapport au solide 2 est l'opposé de l'action mécanique du solide 2 sur le solide 1

$$\begin{cases} \overrightarrow{F_{1/2}} = - \overrightarrow{F_{2/1}} \\ M(\overrightarrow{F_{1/2}}, A) = - M(\overrightarrow{F_{2/1}}, A) \end{cases}$$

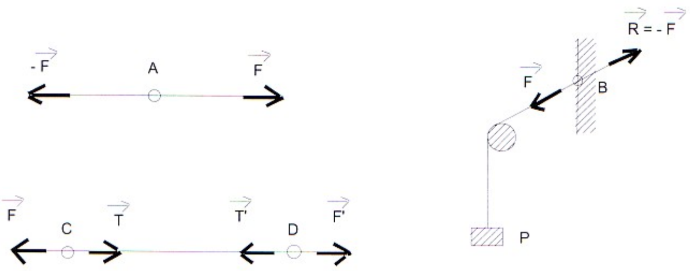
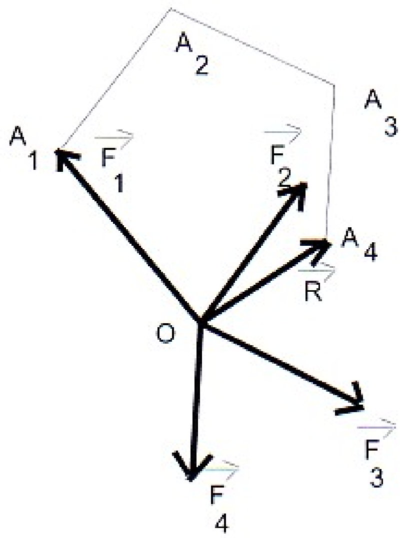
dans le cas où l'on étudie l'équilibre d'un ensemble de solide, les actions mutuelles deviennent des actions intérieures et ne doivent par être comptabilisées.

Principe de transmissibilité des forces : l'équilibre d'un solide reste inchangé si une force **F** agissant en un point I est remplacée par une force **F'** de même intensité, même direction et de même sens agissant en un point M appartenant à la ligne d'action de F



Principe de superposition : si une structure est soumise à un ensemble de charges, l'effet de la totalité de ces charges est le même que la somme des effets des charges considérées isolément (e.g. statique, déformations, contraintes dans le solide, etc.).

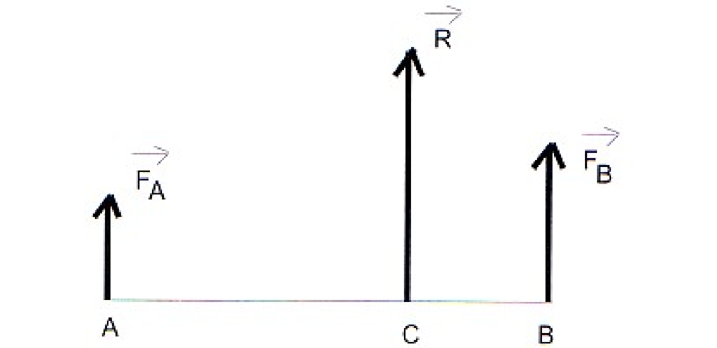
Nota : ces principes ne sont valables que pour un solide indéformable (par exemple ils ne s'appliquent pas à un ressort)

<u>Deux forces égales et opposées s'équilibrent ;</u> en effet les vecteurs qui les représentent sont des vecteurs glissants opposés, dont la somme est nulle. <u>Réciproquement :</u> Un solide soumis à l'action de deux forces est en équilibre si les deux forces sont égales et opposées. <u>Remarque :</u> Dans le cas du fil non pesant CD les forces **T** et **T'** représentent la tension du fil.	
<u>Forces concourantes :</u> forces dont les droites d'action passent par les même point. La résultante de ces forces est construite par le polygone des forces Un solide soumis à l'action de forces concourantes est en équilibre si la résultante de ces forces est nulle. Dans le cas où un solide est soumis à trois forces, ces forces doivent être concourantes pour que le solide soit en équilibre.	
L'effet d'un couple sur un solide est indépendant de la positions des droites d'action des forces du couple par rapport à l'axe de rotation pourvu que la distance d de ces droites d'action ne changent pas. Le moment du couple est donc C=Fd, grandeur caractéristiques de ses effets mécaniques.	

Résultantes de forces parallèles

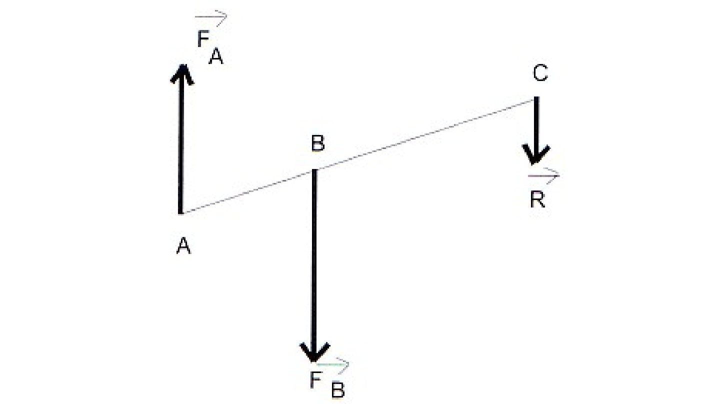
(1) forces de même sens :

R=FA+FB (somme des intensités) et de même sens qu'elles
FA.CA=**FB**.CB, le point C étant entre A et B



(2) Forces de sens contraires :

R=FA-FB (différence des intensités);
$|F_A CA| = |F_B CB|$; le point C étant en dehors de AB, du coté de la force la plus grande

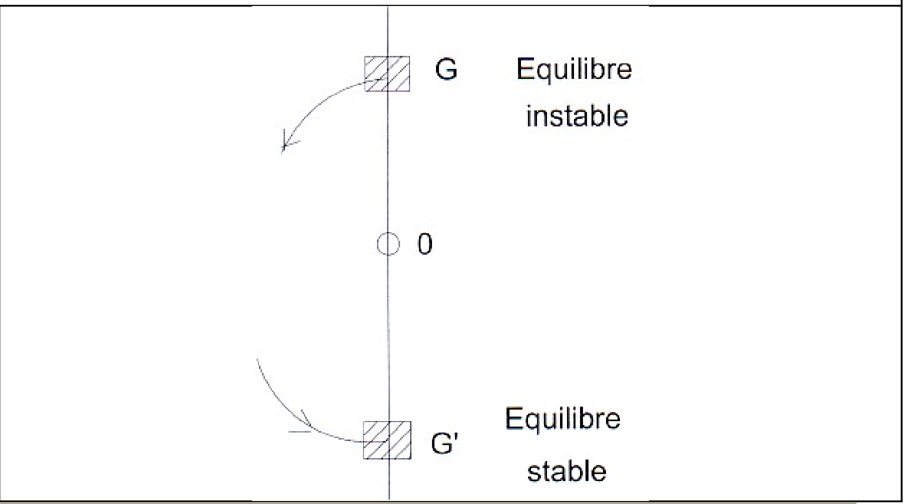


Composition de forces parallèles : on considère toutes les forces de même sens que l'on décompose deux à deux pour trouver la résultante (cas1). On applique le cas 2 aux deux résultantes partielles de sens contraire obtenues. Si les deux résultantes ont même intensité, on parle de couple. La résultante générale passe par le centre des forces parallèles.

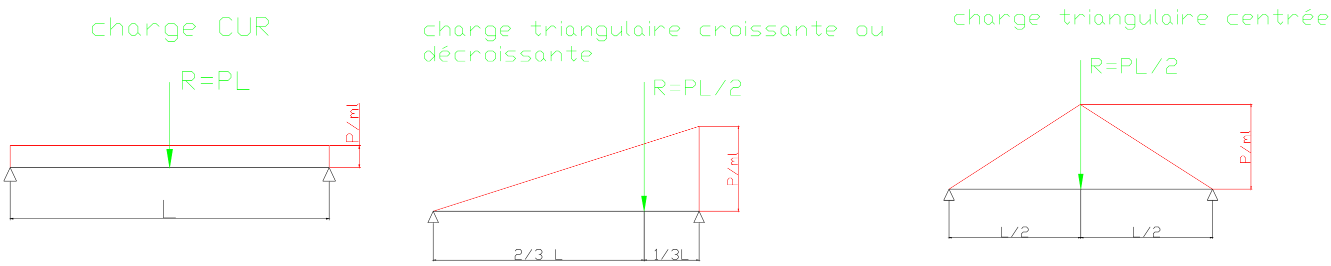
Nota : le centre de gravité d'un solide a les propriétés d'un centre de forces parallèles.

Rotations et Moments

Un solide mobile autour d'un axe horizontal est en équilibre lorsque son centre de gravité est situé dans le plan vertical passant par l'axe.

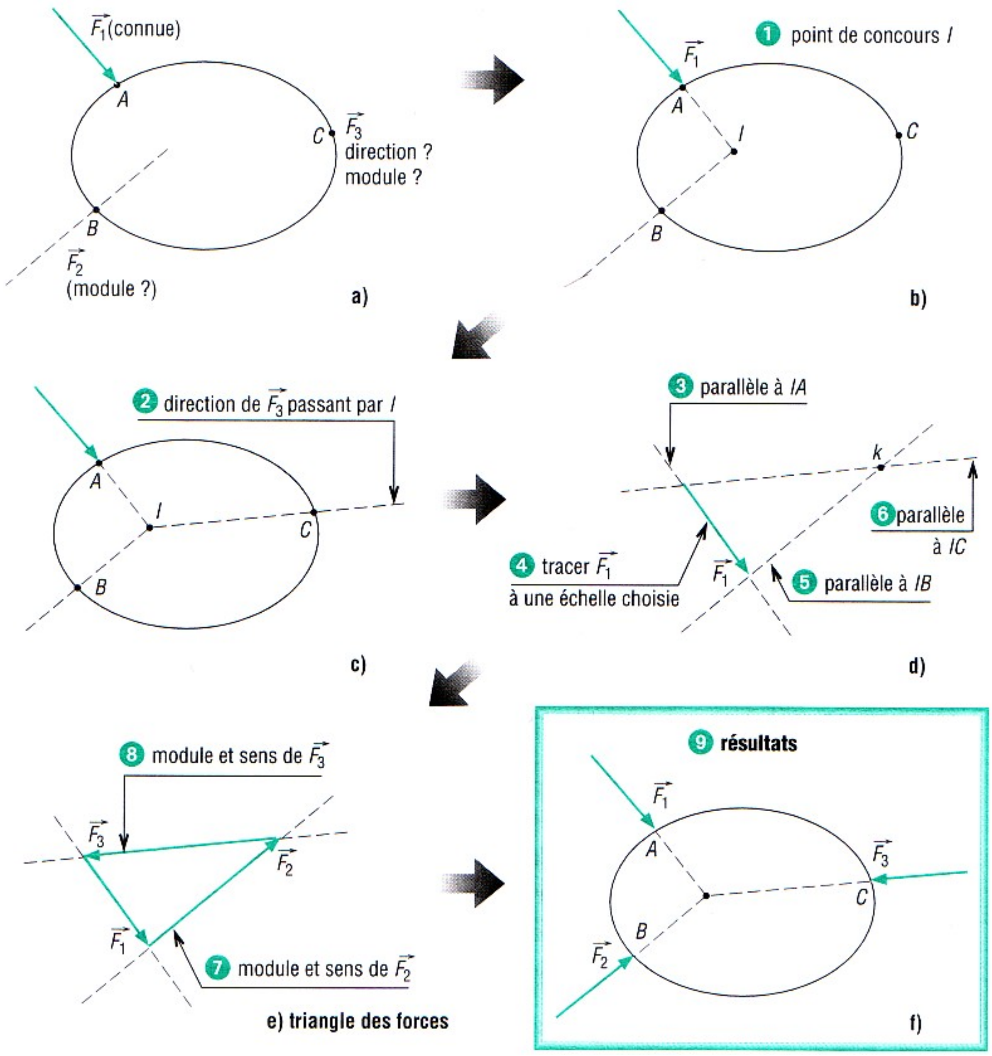


principaux cas de charges :

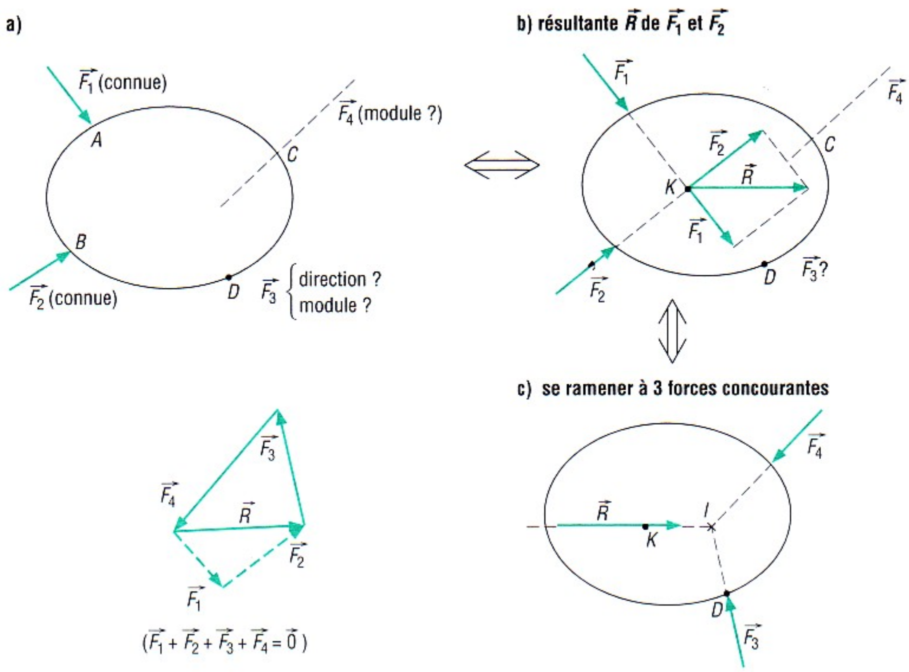


Statique graphique :

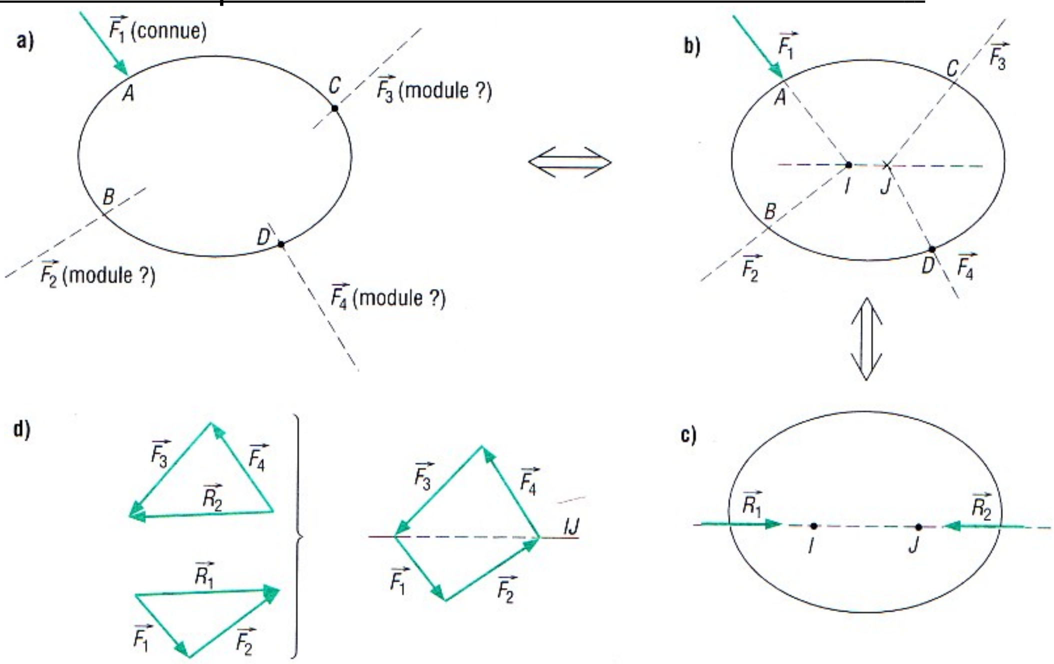
Solide soumis à trois forces concourantes :



Solide soumis à quatre forces avec une direction et deux modules inconnus :



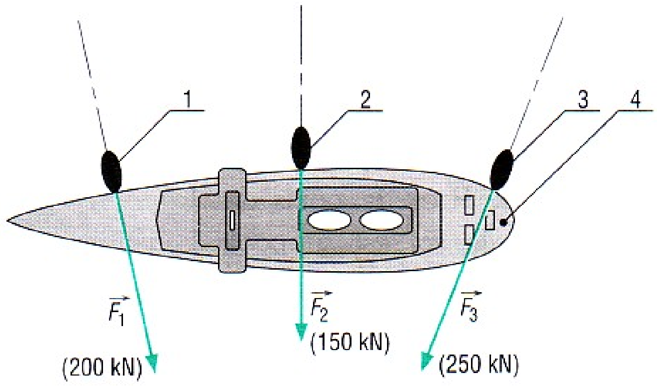
Solide soumis à quatre forces avec trois modules inconnus :



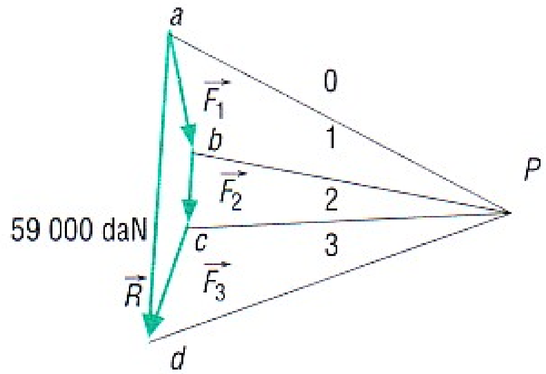
<u>Méthode du dynamique et du funiculaire :</u> méthode purement graphique pour résoudre les problèmes d'équilibres et déterminer les résultantes.

- <u>Funiculaire :</u> figure définissant la position géométrique des forces
- <u>Dynamique :</u> figure définissant les intensités des forces

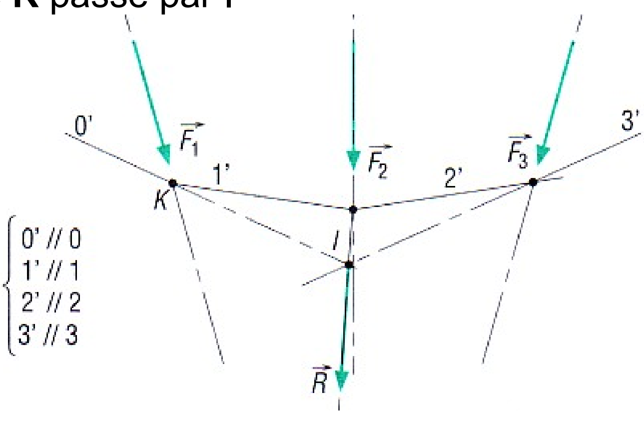
<u>Résultante d'un système de forces :</u> soit à trouver la résultante de trois forces **F1**, **F2** et **F3** ;



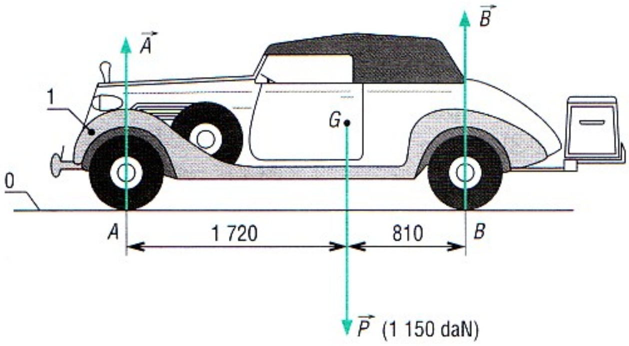
- Sur le dynamique tracer les forces **F1 (ab)**, **F2 (bc)** et **F3 (cd)** ; on en déduit la direction et l'intensité de la résultante **R**.
- Choisir un point P appelé pole, dont la position n'a guère d'importance, tracer les rayons poliares, Pa, Pb, etc. et les numéroter 0, 1, etc.



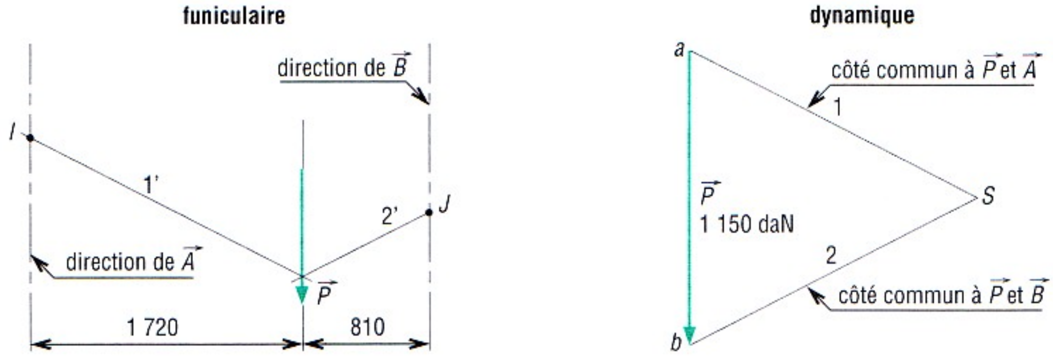
- Sur le funiculaire, tracer 0' // 0, 1' // 1, etc. déterminer le point **I**, intersection des cotés extrêmes du funiculaire, ici de 0' et de 3' ; la résultante **R** passe par **I**



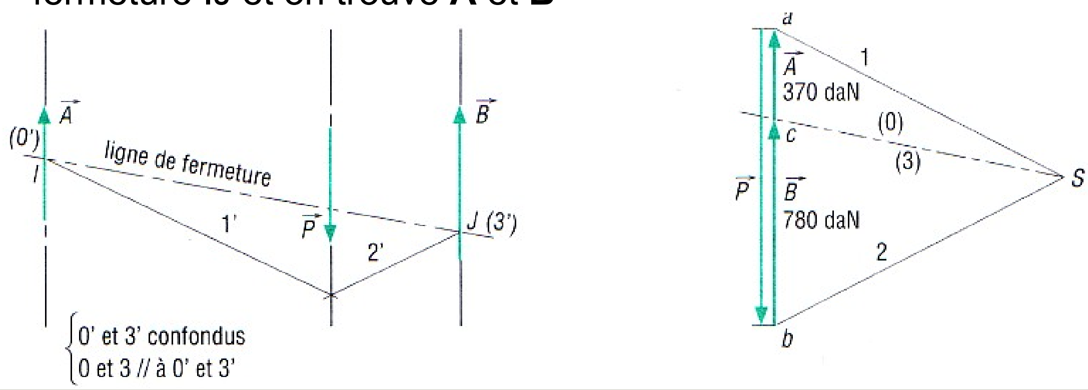
<u>Equilibre d'un solide sous l'action de forces parallèles :</u> pour tout solide en équilibre les cotés extrêmes du funiculaires sont confondus ; la droite commune est appelée ligne de fermeture et le funiculaire est dit fermé.



- On trace la force **P** sur le dynamique ainsi que le funiculaire correspondant



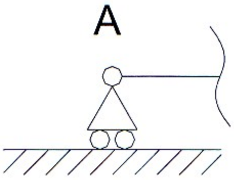
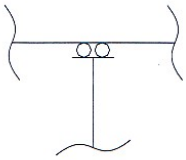
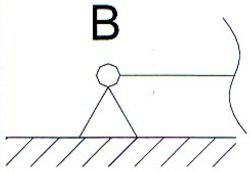
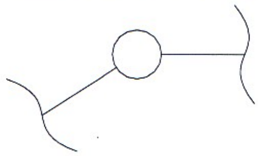
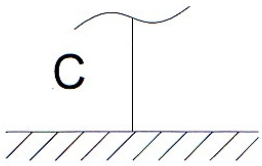
- On trace ensuite le rayon polaire Sc, parallèle à la ligne de fermeture IJ et on trouve **A** et **B**



<u>Isostatisme :</u> un système de barres dont on peut calculer les efforts dans celles-ci par les seules équations du PFS est isostatique. S'il a plus d'inconnus de liaisons que d'équations de la statique il est dit hyperstatique. S'il a moins d'inconnues de liaisons que d'équations de la statique il est hypostatique et on a affaire à un mécanisme.

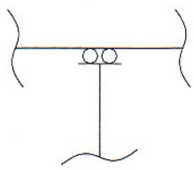
<u>Détermination du degré d'hyperstaticité d'un système de barres :</u>

1- on décompose le système en b éléments simples (barres) liés entre eux par des liaisons
2- on fait l'inventaire du nombres d'inconnues de liaisons externes et internes pour chaque sous-système ΣL (i.e. chaque barre)

Liaison appui simple : 1 inconnue de liaison	A  1	1  1
Liaison articulation : 2 inconnues de liaison	B  2	2  2
Liaison encastrement : 3 inconnues de liaison	3 C 	

3- on détermine le nombre d'équations qui ont un sens :

   a. 3 équations du PFS par élément : 3b
   b. équations de liaisons ou d'équilibre des nœuds (théorème des actions réciproques) : ΣN

suivant le type de liaison interne :		
Liaison appui simple interne :	1 équation de liaison	1 
Liaison articulation interne :	2 équations de liaisons	2

2- le degré d'hyperstaticité global est égal au nombre d'inconnues moins le nombre d'équations

$$h = \sum L - 3b - \sum N$$

$\sum L$ = nombre total d'inconnues de liaison

$3b$ = nombre d'équations dues au P.F.S. (3 par barre)

$\sum N$ = nombre d'équations d' équilibre des noeuds

3- on doit aussi vérifier si le système n'est pas hypostatique interne, en calculant le degré d'hyperstaticité interne hi ; pour cela on calcule de degré d'hyperstaticité externe he, par la même méthode que précédemment sauf qu'on ne décompose pas en éléments simples :

$$h_e = \sum L_{ext} - 3$$

puis on déduit :

$$h_i = h - h_e$$

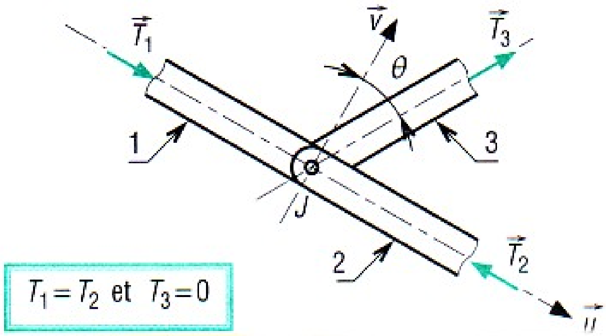
<u>Systèmes réticulés isostatiques :</u> systèmes de barres rectilignes articulées entre elles à leurs extrémités ; les points d'articulations sont les nœuds du système. Les forces extérieures sont supposées être appliquées aux nœuds ; ainsi les barres ne subissent que des contraintes axiales de traction ou de compression.

On doit déterminer les réactions d'appui et les efforts dans les barres. Si les équations de la statique suffisent à déterminer les réactions d'appui, le système est extérieurement isostatique (resp. extérieurement hyperstatique). Puis, une fois les réactions d'appui connues, s'il est possible de déterminer les forces dans les barres par les seules équations de la statique, le système est dit intérieurement isostatique (resp. intérieurement hyperstatique).

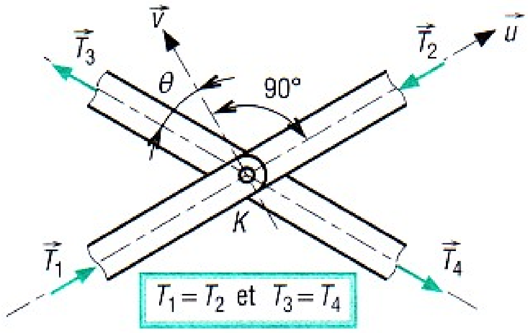
Si on a n nœuds et b barres le système est isostatique et strictement indéformable si b=2n-3 ;

<u>Simplification :</u>

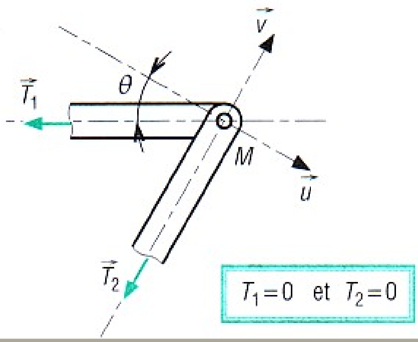
<u>Nœud non chargé avec 3 barres, dont 2 colinéaires :</u>



<u>Nœud non chargé avec 4 barres colinéaires 2 à 2 :</u>



<u>Nœud non chargé avec 2 barres non colinéaires :</u>



<u>Méthode de Cremona (méthode des nœuds) :</u>

La méthode graphique dite de Cremona est la plus utilisée ; on suit les étapes suivantes :

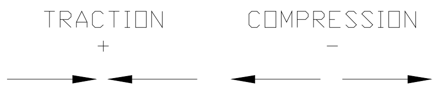
1- dessin du schéma de triangulation (choix de l’échelle)
2- implantation des charges aux nœuds du système (forces extérieures)
3- calcul et implantation des réactions d’appui (forces extérieures)
4- numérotation des surfaces interceptées par les barres (forces intérieures), charges et réactions d’appui (forces extérieures) ; la résolution n’est possible que dans le cas où il n’y a qu’au plus deux inconnues.
5- tracé du dynamique :
   a. choix de l’échelle des forces
   b. sens de rotation autour des nœuds

c. on commence par les forces connues pour tracer le polygone dynamique en tournant dans le sens adopté

2- le sens de parcours (cheminement) de chaque polygone des forces détermine la direction des efforts recherchés sur le tracé

3- sur le schéma de triangulation, porter les flèches au nœud correspondant du polygone des forces

4- le sens des flèches indique la nature des efforts :



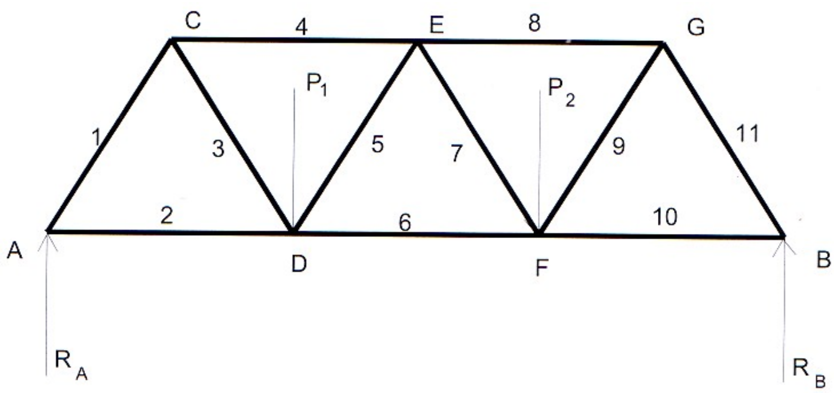
5- dresser le tableau des efforts

10- sur le schéma d'épure renforcer les barres comprimées

<u>nota :</u>

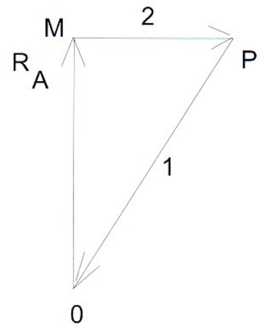
- efforts négatifs : compression
- efforts positifs : traction

<u>exemple :</u>

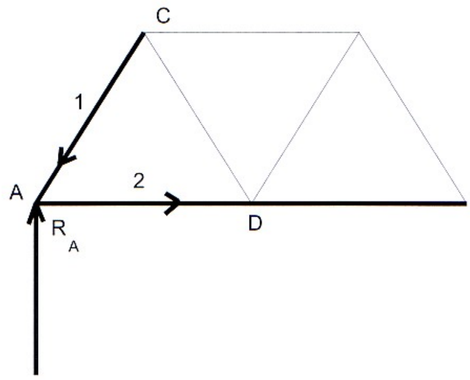


b=11=2n-3=2x7-3=11 le système est isostatique

équilibre du nœud A : en faisant le tour de ce nœud vers la gauche nous trouvons la réaction Ra , puis la force dans la barre 2, puis dans la barre 1 ; en connaissant et en traçant les directions de 1 et 2 on construit le triangle OMP dans l'ordre où les différentes forces ont été trouvées :



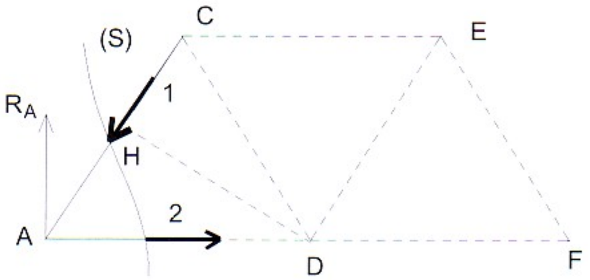
Le sens des flèches permet de savoir si la barre est comprimée ou tendue ; pour cela on reporte les forces avec les flèches correspondantes sur le dessin de la poutre (ici la barre 1 est comprimée, la barre 2 tendue) :



Méthode de Ritter (méthode des sections) : cette méthode a pour avantage de déterminer l'effort dans une barre quelconque sans avoir au préalable à calculer les efforts dans d'autres barres ; le principe est le suivant :

- on coupe le treillis en deux parties par un plan P, qui sectionne au maximum 3 barres où les efforts sont inconnus
- on écrit, pour l'un des tronçons, que les forces extérieures équilibrent les forces intérieures existant dans les barres coupées. Pour cela on écrit les équations de la statique ou mieux l'équation d'équilibre des moments par rapport à un point I, intersection de deux barres prises parmi les trois barres coupées, ce qui permet d'obtenir ainsi l'effort dans la troisième barre, ainsi que son sens (signe du moment obtenu)

Exemple :



en calculant le moment par rapport au point D : $F_{AC} = \frac{R_A \times AD}{DH}$

en calculant le moment par rapport au point C : $F_{AD} = \frac{R_A AK}{CK}$

le signe des forces obtenues par la résolution de ces équations sont ceux des moments de ces forces par rapport au point considéré, d'où on déduit alors le sens et la nature des efforts qui s'exercent dans la barre (compression ou tension).

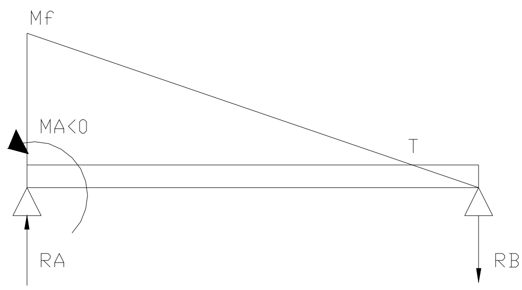
<u>nota :</u> la méthode des sections est beaucoup plus précise que celle de Cremona lorsque les dimensions de la pièce sont connues avec certitude.

<u>méthode de Culmann (méthode des composantes) :</u> cette méthode consiste, comme dans la méthode Ritter, à sectionner le treillis par un plan P et à écrire que les forces extérieures sur un tronçon équilibrent les efforts intérieurs dans les barres coupées. Toutefois cet équilibre ne s'exprime plus sous forme d'équations, mais sous forme de statique graphique. La résultante des efforts est décomposée graphiquement en trois efforts, selon trois directions parallèles aux trois barres coupées.

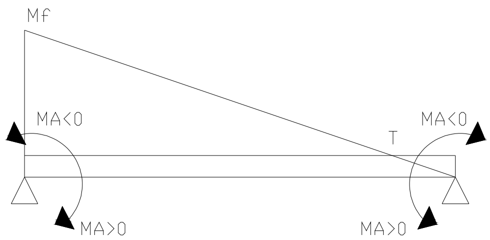
<u>Mise en équilibre de poutres et détermination des efforts intérieurs de celles-ci :</u> la convention pour la RDM est de faire l'équilibre des forces de gauches sur le tronçon de droite. Dans le cas où l'on aurait à effectuer la somme des efforts de droite sur gauche (dans le cas de consoles par exemples), il faut prendre le négatif de cette valeur (somme des efforts à droite = -convention de signes à gauche).

$$R_A = \frac{M_A}{l}$$

$$R_B = \frac{-M_A}{l}$$



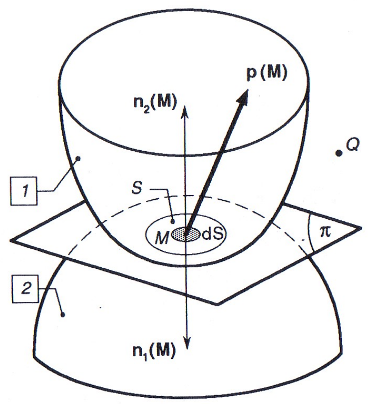
Convention de signes poutres avec moments comme charges extérieures :



FROTTEMENT ET CONTACT ENTRE SOLIDES

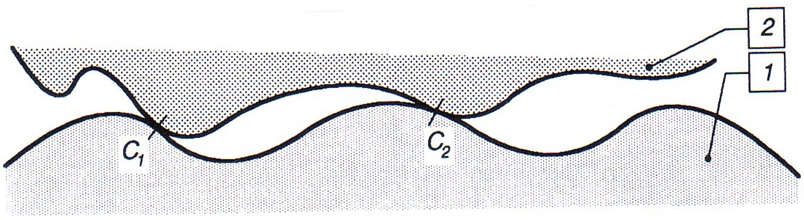
Le Frottement : Mécaniquement les efforts transitent par les surfaces entre pièces, d'où l'importance de l'étude des actions de contacts entre les surfaces des solides (tribologie). On appelle action de contact entre deux solides l'action qu'ils exercent l'un sur l'autre au niveau de leur surface commune.

Les actions de contact sont modélisées par un torseur écrit en un point quelconque Q :



$$\left\{ T_{2/1} \right\}_Q = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{R_{2/1}} \; = \int_S \; \mathbf{p(M)} \, dS \\ \mathbf{M_{Q2/1}} = \int_S \; \mathbf{QM} \; \wedge \mathbf{p(M)} \, dS \end{array} \right\}_Q$$

en pratique le contact réel se fait seulement sur le sommet des aspérités, les spots. Cette surface est comprise entre 1/100° et 1/10000° de la surface nominale.



L'origine du frottement est très variée, mais provient surtout de phénomènes liés aux surfaces en contact :

– *Irrégularités des surfaces de contact*

Les aspérités des surfaces s'enchevêtrent et s'opposent au glissement relatif ; lorsque la vitesse de glissement augmente le verrouillage des aspérités intervient beaucoup moins.

– *Déformation des aspérités*

Un bourrelet frontal se forme devant les deux corps, par refoulement de la matière et freine leur mouvement relatif.

– *Adhésion mutuelle*

Entre les deux surfaces existent des forces d'attraction moléculaires d'origine électrique qui s'opposent à leur décollement.

– *Formation de micro-soudures*

• Soudures froides : elles sont dues à la diffusion des métaux en contact ;

• Micro-soudures : lorsque deux corps glissent l'un sur l'autre de l'énergie est dissipée ; la surface de contact réelle est très petite ; il se produit des échauffements très localisés qui peuvent entraîner la fusion de l'un des métaux. Pour rompre ces soudures il faut exercer des efforts de cisaillement.

Suivant le type de frottement ces phénomènes sont plus ou moins prépondérants.

dans la pratique deux paramètres sont essentiels : l'aire de contact et la pression de contact

on distingue :

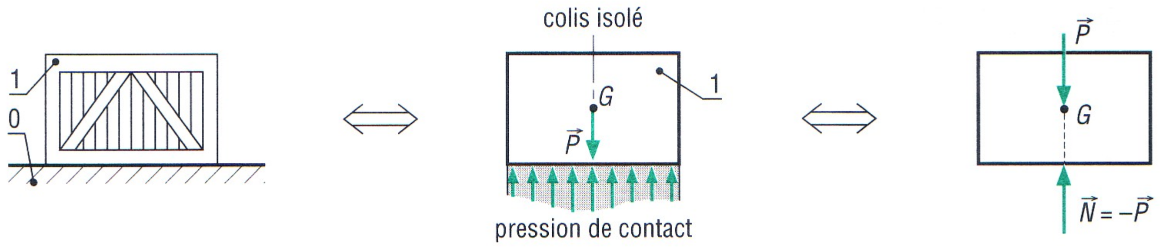
- Frottement sec : les surfaces sont directement en contact ; dans ce cas les lois de coulomb sont une bonne approximation (voir ci dessous)
- Frottement mixte : les aspérités se touchent mais un troisième corps est interposé (lubrifiant, corps abrasif)
- Frottement hydrodynamique : un film continu de lubrifiant est maintenu entre les surfaces en contact, de manière que les deux surfaces ne se touchent pas

Lois de coulomb :

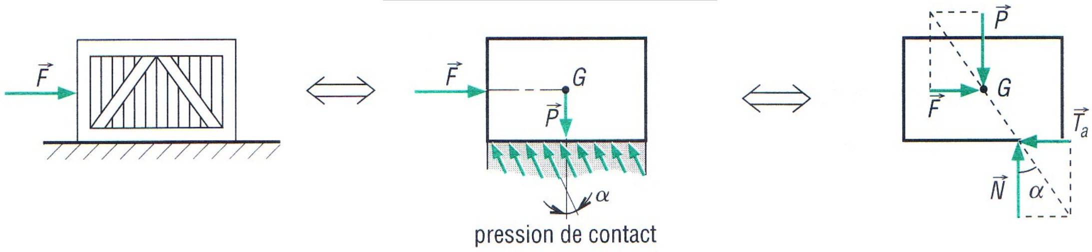
il y a frottement lorsque les deux surfaces glissent l'une par rapport à l'autre

il y a adhérence lorsque les deux surfaces sont immobiles l'une par rapport à l'autre, tendant à glisser mais ne se déplaçant pas.

Cas du repos :



cas de l'adhérence :

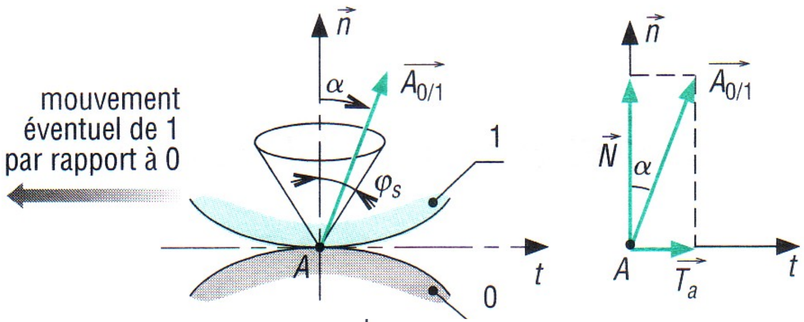


pour une force **F** limite l'objet se met à glisser ; cela permet de définir le coefficient de frottement statique μs (ou f) :

$$\mu_S = f_S = \frac{F_{\text{limite}}}{N} = \frac{T_{a\,\text{limite}}}{N}$$

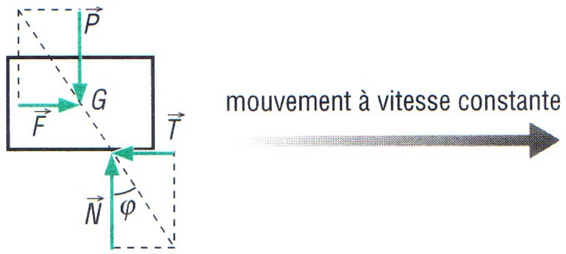
de la même manière on définit un angle φs de frottement statique :

$$\mu_s = f_s = \tan \varphi_s = \tan(\alpha_{\text{limite}})$$



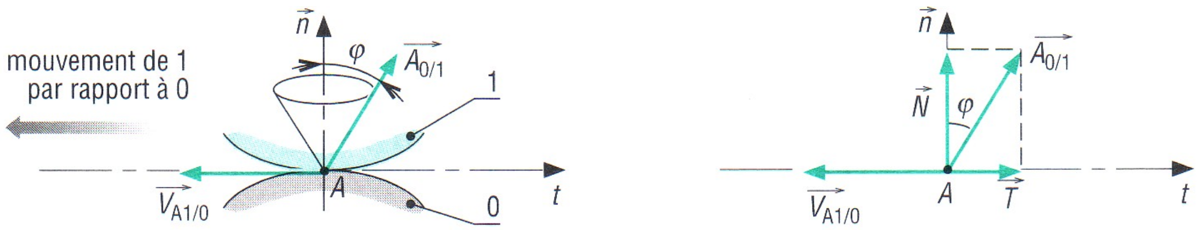
$$\alpha \leqslant \varphi_s \quad \Big| \quad T_a \leqslant \mu_s.N$$

cas du glissement : il y a en ce cas frottement et on définit de même un coefficient de frottement et un angle de frottement.



$N = P$	$\mu = f =$ facteur de frottement (ou coefficient de frottement)
$T = F = \mu\ .N$	
$f = \mu\ = \tan \varphi = \dfrac{T}{N}$	$\varphi =$ angle de frottement

le coefficient de frottement est légèrement inférieur au coefficient d'adhérence

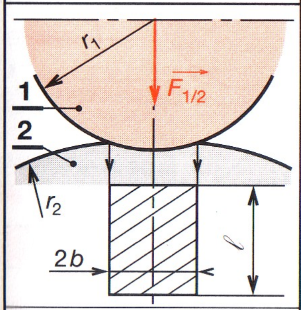
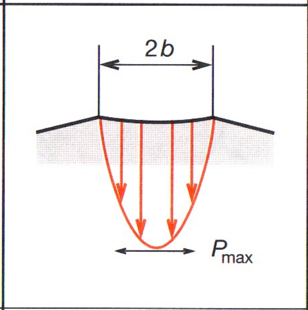
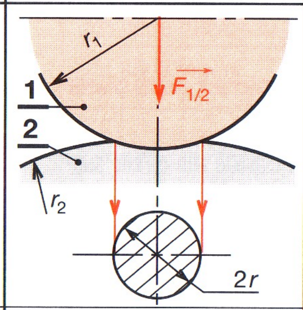
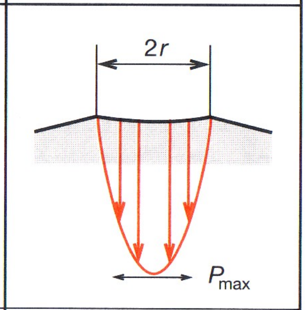


$$\alpha = \varphi \text{ et } T = \mu N = f.N \quad \text{avec} \quad f = \tan \varphi$$

<u>exemples de coefficients de frottement :</u>

Valeurs indicatives de μ_s et μ	Adhérence $\mu_s = f_s = \tan\ \varphi_s$		Frottement (glissement) $\mu = f = \tan\ \varphi$	
nature des matériaux en contact	à sec	lubrifié	à sec	lubrifié
acier sur acier	0,18	0,12	0,15	0,09
acier sur fonte	0,19	0,1	0,16	0,08 à 0,04
acier sur bronze	0,11	0,1	0,1	0,09
téflon sur acier	0,04		0,04	
fonte sur bronze		0,1	0,2	0,08 à 0,04
nylon sur acier			0,35	0,12
bois sur bois	0,65	0,2	0,4 à 0,2	0,16 à 0,04
métaux sur bois	0,6 à 0,5	0,1	0,5 à 0,2	0,08 à 0,02
métal sur glace			0,02	
pneu voiture sur route	0,8		0,6	0,3 à 0,1 sur sol mouillé

<u>Pressions de contact, loi de hertz :</u> <u>ces théories s'appliquent aux contacts ponctuels, pour les contact surfaciques on prend généralement une pression uniforme</u>

Contact cylindre-cylindre		Contact sphère-sphère	
Contact réel	Répartition de p	Contact réel	Répartition de p
			
$b \approx 1{,}52 \sqrt{\dfrac{\Vert \vec{F} \Vert \cdot r_r}{E \cdot \ell}}$	$P_{max} \approx 0{,}418 \sqrt{\dfrac{\Vert \vec{F} \Vert \cdot E}{r_r \cdot \ell}}$	$r \approx 1{,}11 \sqrt[3]{\dfrac{\Vert \vec{F} \Vert \cdot r_r}{E}}$	$P_{max} \approx 0{,}388 \sqrt[3]{\Vert \vec{F} \Vert \cdot \left(\dfrac{E}{r_r}\right)^2}$

<u>avec :</u>

1° r_r : le rayon de courbure relative :

$$\frac{1}{r_r} = \frac{1}{r_1} \pm \frac{1}{r_2}{}^{*}$$

r_1 : rayon du cylindre ou de la sphère 1.
r_2 : rayon du cylindre ou de la sphère 2.

Signe : + pour une tangence extérieure.
Signe : – pour une tangence intérieure.

2° Le module d'élasticité E pour le calcul :

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)$$

E_1 : module d'élasticité du matériau 1.
E_2 : module d'élasticité du matériau 2.

<u>valeurs du module de Young et du coefficient de poisson :</u>

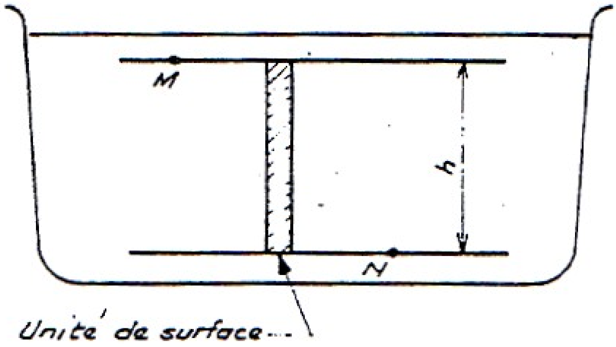
Matériau	*E en MPa*	ν
Acier	210 000	0,30
Acier inox 18-8	189 000	0,30
Aluminium	70 000	0,33
Argent	70 000	0,37
Cadmium	70 000	0,44
Chrome	252 000	0,30
Cuivre	112 000	0,34
Fer	210 000	0,30
Fonte	126 000	0,25
Laiton	112 000	0,33
Magnésium	42 000	0,25
Molybdène	329 000	0,31
Monel	170 000	0,28
Nickel	210 000	0,41
Or	70 000	0,42
Plomb	15 400	0,41
Platine	168 000	0,39
Titane	110 000	0,34
Tungstène	357 000	0,19
Zinc	91 000	0,28
Verre	46 200	0,24
Caoutchouc	1 500	0,50
Acétal	2 800	0,35
Plexiglas	3 160	0,40
Polycarbonate	2 320	0,38
Téflon	400	0,48
Nylon	1 100	0,34
Polyéthylène	760	0,46

HYDROSTATIQUE

Définition : l'hydrostatique est l'étude des équilibres des masses liquides. Un liquide en équilibre exerce une force pressante (pression) normale sur toute surface en contact avec lui (sur une surface courbe la normale en un point est la droite perpendiculaire au plan tangent à la surface en ce point).

En tout point de la surface libre d'un liquide en équilibre la pression est égale à la pression atmosphérique. Si le liquide est homogène et en équilibre la pression est d'ailleurs la même en tous les points d'un même plan horizontal. Voilà pourquoi la surface libre d'un liquide en équilibre est horizontale.

Principe fondamental de l'hydrostatique : la différence de pression entre deux points quelconques M et N d'un liquide homogène en équilibre est égale au produit du poids volumique $\overline{\omega}$ du liquide par la distance h des plans horizontaux qui passent par les points M et N ; on pourrait dire de même que la différence de pression entre M et N est égale au poids de la colonne de liquide de section unité et de hauteur h



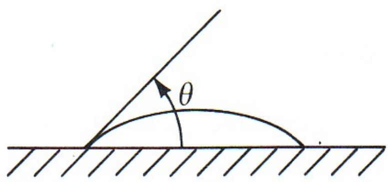
$$\boxed{p_M - p_N = \bar{\omega}\, h}$$

$$\boxed{p_2 - p_1 = \rho g(z_1 - z_2)}$$

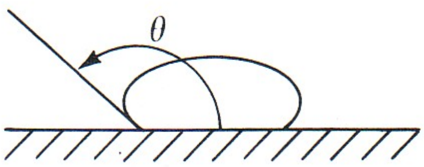
<u>Théorème de Pascal :</u> un liquide en équilibre transmet intégralement, en chacun de ses points, toute variation de pression produite en un point quelconque de ce liquide (importantes applications dans les presses hydrauliques et dans les vérins hydrauliques.

<u>Liquide au contact d'un solide :</u> trois cas peuvent se présenter

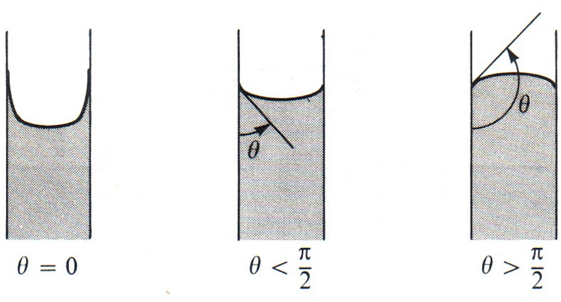
- Le liquide mouille parfaitement : la goutte s'étale sur toute la surface solide
- Le liquide mouille imparfaitement : La goutte prend la forme d'une lentille convexe ; l'angle θ est inférieur à π/2



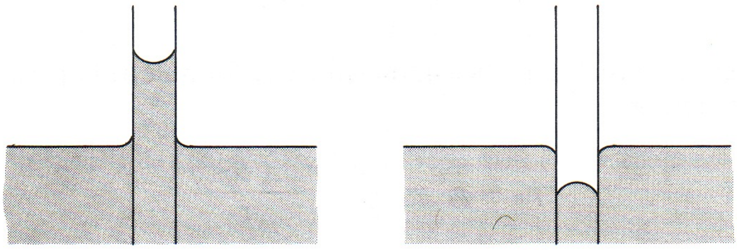
- Le liquide ne mouille pas : l'angle θ est supérieur à π/2



exemple du ménisque dans un tube à essais :



ascension et dépression dans les tubes capillaires : la dénivellation dans un tube capillaire est inversement proportionnelle au rayon de ce tube (loi de Jurin)



Ascension capillaire

Dépression capillaire

cette loi explique que de petits pores dans les matériaux de construction font remonter l'humidité plus fortement que de gros pores.

LE PHENOMENE DE FATIGUE DES MATERIAUX

Définition : dans certains cas, des pièces peuvent être soumises à des variations cycliques des contraintes. La fatigue est le fait que la rupture se produit au bout d'un nombre de cycle fini N des contraintes, pour une amplitude des contraintes inférieure à la limite de rupture statique Rm du matériau. Les paramètres essentiels qui interviennent dans le phénomène fatigue sont :

- Matériaux utilisés
- Fluctuation des contraintes
- Nombre de cycles et pourcentage de survie p% (endurance de la pièce)
- Type de sollicitations appliquées
- Géométrie de la pièce

On modélise les fluctuations de contraintes de manière sinusoïdale :

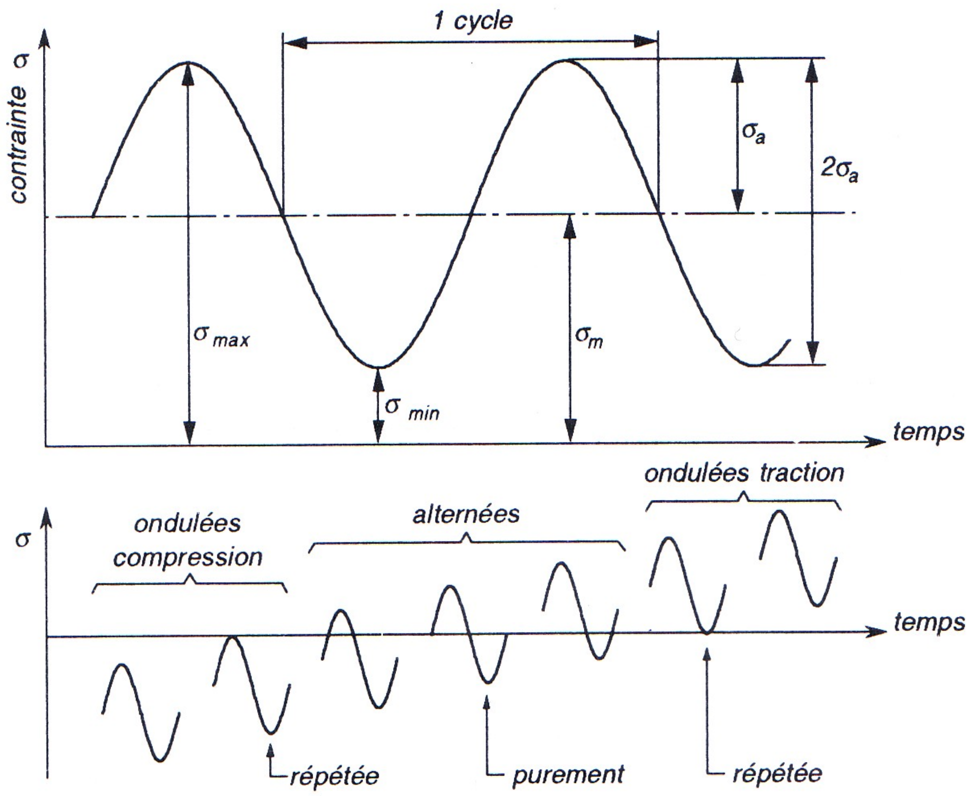
$$\sigma = \sigma_m + \sigma_a \sin \omega t$$

avec :

- σ_m est la contrainte moyenne : $\sigma_m = \dfrac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$

- σ_a est l'amplitude de la contrainte : $\sigma_a = \dfrac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$

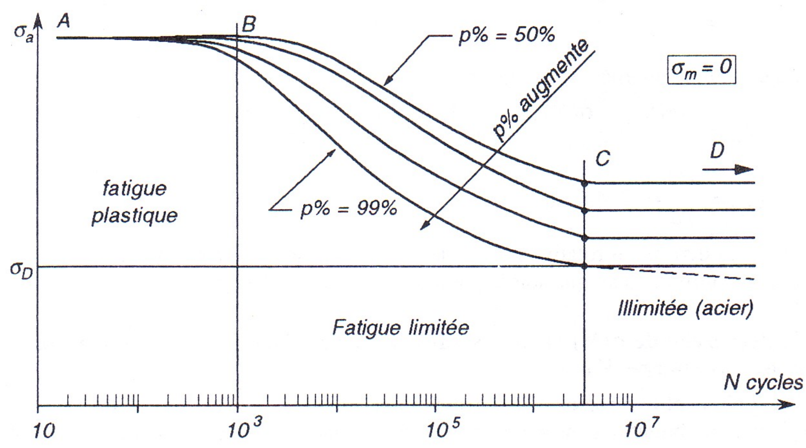
ω est la période de la fonction σ par rapport au temps.



avec :

contrainte purement alternée : $\sigma_m = 0$, $\sigma_a \neq 0$;
contrainte alternée : $\sigma_{max} > 0$, $\sigma_{min} < 0$;
contrainte répétée en traction ou en compression : $\sigma_{min} = 0$ ou $\sigma_{max} = 0$;
contrainte ondulée :
- en compression : $\sigma_{max} < 0$;
- en traction : $\sigma_{min} > 0$.

<u>courbes de Wöhler :</u> courbes réalisée pour une contrainte alternée en flexion rotative ; elles sont issues de très nombreux résultats expérimentaux.



on observe trois zones :

- ***la zone de fatigue plastique :*** elle est comprise entre les points A et B, pour un nombre de cycles inférieur à 10^3. La rupture de la pièce survient après un petit nombre de cycles, avec une déformation plastique importante pour une amplitude de contrainte voisine de la limite de rupture statique du matériau testé ;
- ***la zone de fatigue limitée :*** elle est comprise entre les points B et C. La rupture se produit pour un nombre de cycles d'autant plus élevé que l'amplitude de la contrainte est faible ;
- ***le domaine d'endurance illimité :*** cette partie comprise entre les points C et D ne s'applique qu'aux matériaux ferreux. Quand l'amplitude de la contrainte est en dessous d'un certain seuil, la rupture ne se produit plus par fatigue quel que soit le nombre de cycles.

<u>valeur limite de la contrainte en fatigue :</u>

Limite de fatigue : σ_D

C'est l'amplitude la plus grande de la contrainte σ_a pour laquelle il ne se produit pas de rupture quel que soit le nombre de cycles de sollicitation effectués sur la pièce. Cette limite n'existe que pour les métaux ferreux.

On note cette limite σ_D lorsque $\sigma_m = 0$ et $\sigma_{D'}$ lorsque σ_m est différent de 0.

Lorsque la durée de vie souhaitée pour une pièce mécanique reste inférieure à la limite de fatigue, on utilise la limite d'endurance.

Limite d'endurance : $\sigma_{D(N)}$, $\sigma_{D(N_i)}$

C'est l'amplitude pour laquelle il est constaté p % de survie pour une contrainte moyenne $\sigma_m = 0$, après un nombre de cycles N_i fixé.

Dans le cas des aciers, on utilise $N_i = 10^7$ cycles et on note la limite d'endurance $\sigma_{D(N)}$.

Rapport d'endurance

C'est le rapport $R_{p\%}$ entre la limite d'endurance à 10^7 cycles et la résistance à la traction R_m, du matériau de la pièce testée.

$$R_{p\%} = \frac{\sigma_{D(N)}}{R_m}$$

A partir des différentes expérimentations sur des éprouvettes en fatigue, on constate que la valeur de $R_{p\%}$ est comprise entre 0,4 et 0,55, selon la valeur du pourcentage de survie $p\%$ pris en compte.

<u>Eurocode3 :</u> une approche du dimensionnement à la fatigue est donnée au chapitre 9.